Anteckningar 2022-04-05

Elias Almqvist

elalmqvist@gmail.com — https://wych.dev

Inhomogena diff-ekvationer av första-ordningen bevis

$$y' + ay = f(x)$$

$$\text{Låt } g = y_{p1} - y_{p2}$$

Där y_{p1} och y_{p2} (antagande) är partikulärlösningar till ekvationen $y' + ay = f(x)$. Alltså är $y'_{pn} + ay_{pn} = f(x)$ Detta ger den homogena ekvationen för g:

$$g' + ag = y'_{p1} - y'_{p2} + a\left(y_{p1} - y_{p2}\right) = \left(y'_{p1} + ay_{p1}\right) - \left(y'_{p2} + ay_{p2}\right)$$

Eftersom $\left(y'_{p1} + ay_{p1}\right) - \left(y'_{p2} + ay_{p2}\right) = f(x) - f(x)$ får vi att:

$$g' + ag = \left(y'_{p1} + ay_{p1}\right) - \left(y'_{p2} + ay_{p2}\right) = f(x) - f(x) = 0$$

Dvs $g = y_{p1} - y_{p2}$ är en lösning till $y' + ay = 0$

$$\implies g + y_{p2} = y_{p1}$$

$$\therefore y = g + y_{p2} \because g = y_{p1} - y_{p2}$$

Då $g = y_h$ och $y_{p2} = y_p$

$$y = y_h + y_p \quad \text{V.S.V}$$